

1. Αποδείξτε ότι  $e^x = 1 + x + x^2/2 + O(x^3)$  για  $x \rightarrow 0$ .

2. Αν  $a_n = O(n)$  δείξτε ότι  $\sum_{k=1}^n a_k = O(n^2)$ .

3. Αν  $f(x) = o(x)$  για  $x \rightarrow 0$  δείξτε ότι

$$\frac{1}{1-f(x)} = 1 + o(x).$$

4. Αν  $\epsilon > 0$  δείξτε ότι  $\log x = o(x^\epsilon)$  για  $x \rightarrow \infty$ .

5. Δείξτε ότι  $\sqrt{x + \sqrt{x}} = (1 + o(1))x^{1/4}$  για  $x \rightarrow 0^+$ .

6. Ακριβώς μια από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστή. Ποια και γιατί;

$$(a) \ 2^{o(n)} = o(2^n), \quad (b) \ 2^{O(n)} = O(2^n).$$