

1. Αποδείξτε ότι $e^x = 1 + x + x^2/2 + O(x^3)$ για $x \rightarrow 0$.

2. Αν $a_n = O(n)$ δείξτε ότι $\sum_{k=1}^n a_k = O(n^2)$.

3. Αν $f(x) = o(x)$ για $x \rightarrow 0$ δείξτε ότι

$$\frac{1}{1-f(x)} = 1 + o(x).$$

4. Αν $\epsilon > 0$ δείξτε ότι $\log x = o(x^\epsilon)$ για $x \rightarrow \infty$.

5. Δείξτε ότι $\sqrt{x + \sqrt{x}} = (1 + o(1))x^{1/4}$ για $x \rightarrow 0^+$.

6. Ακριβώς μια από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστή. Ποια και γιατί;

$$(a) 2^{o(n)} = o(2^n), \quad (b) 2^{O(n)} = O(2^n).$$