

Παραδώστε τις λύσεις στο μάθημα της Πέμπτης 27/2/2020. Γράφετε σύντομα και περιεκτικά.

1. (i) Αν  $a_n, b_n, n = 1, 2, \dots, N$  είναι μιγαδικοί αριθμοί και  $B_k = \sum_{n=1}^k b_n$  δείξτε τον πολύ χρήσιμο τύπο της άθροισης κατά μέρη (που είναι το ανάλογο για αθροίσματα του τύπου της ολοκλήρωσης κατά μέρη)

$$\sum_{n=M}^N a_n b_n = a_N B_N - a_M B_{M-1} - \sum_{n=M}^{N-1} (a_{n+1} - a_n) B_n.$$

(ii) Αν  $a_n \rightarrow 0$  είναι φθίνουσα ακολουθία και τα μερικά αθροίσματα της σειράς  $\sum_n b_n$  είναι φραγμένα τότε η σειρά  $\sum_n a_n b_n$  συγκλίνει.

2. Αν  $0 < \delta < \pi$  υπολογίστε τους συντελεστές Fourier της συνάρτησης  $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  που δίνεται από τον τύπο

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{|x|}{\delta} & (|x| \leq \delta) \\ 0 & (\delta \leq |x| \leq \pi). \end{cases}$$