

1. Υπολογίστε τα παρακάτω ολοκληρώματα. Η καμπύλη ολοκλήρωσης είναι οποιαδήποτε ενώνει τα δύο σημεία που αναφέρονται.

$$(a) \int_i^{i/2} e^{\pi z} dz, \quad (b) \int_0^{\pi+2i} \cos \frac{z}{2} dz, \quad (c) \int_1^3 (z-2)^3 dz.$$

2. Ας είναι  $C$  μια απλή κλειστή καμπύλη που δεν περνάει από το  $z_0$ . Αν  $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$  δείξτε ότι

$$\oint_C (z - z_0)^{n-1} dz = 0.$$

Τι ισχύει αν  $n = 0$ ;

3. Ας είναι  $C$  ο κύκλος με κέντρο το 0 και ακτίνα  $1/2$ , με τη θετική φορά. Υπολογίστε το

$$\oint_C \frac{dz}{z(z-1)}.$$

Υπόδειξη:  $\frac{1}{z(z-1)} = \frac{1}{z-1} - \frac{1}{z}$ .

4. Ας είναι  $C$  ο μοναδιαίος κύκλος, με τη θετική φορά. Για κάθε μια από τις παρακάτω συναρτήσεις υπολογίστε το

$$\oint_C f(z) dz.$$

$$f(z) = \frac{z^2}{z+3}, \quad ze^{-z}, \quad \frac{1}{z^2+2z+2}, \quad \tan z, \quad \text{Log}(z+2).$$