

Παραδώστε τις λύσεις μέχρι την 11/5/2020. Δείτε οδηγίες παράδοσης στην ιστοσελίδα του μαθήματος.

1. $C^1(\mathbb{T})$ είναι ο χώρος των συναρτήσεων στο \mathbb{T} που έχουν συνεχή παράγωγο. Δείξτε ότι η ποσότητα

$$\|f\|_{C^1} := |f(0)| + \|f'\|_{\infty}$$

είναι μια νόρμα στον χώρο αυτό και ότι με αυτή τη νόρμα ο $C^1(\mathbb{T})$ είναι χώρος Banach.

Δείξτε επίσης ότι νόρμα είναι και η ποσότητα (στον ίδιο χώρο συναρτήσεων)

$$\|f\|' := |f(0)| + \|f'\|_{L^2(\mathbb{T})},$$

αλλά ότι ο χώρος δεν είναι πλήρης με αυτή τη νόρμα.

Έχουμε σύγκλιση των μερικών αθροισμάτων της σειράς Fourier στον $C^1(\mathbb{T})$ (με την πρώτη νόρμα); Ισχύει δηλ. για κάθε $f \in C^1(\mathbb{T})$

$$\|S_N f - f\|_{C^1} \xrightarrow{N} 0;$$

Το ίδιο ερώτημα για τη δεύτερη νόρμα.