

Για να φτιάξω μια λέξη μπορώ να χρησιμοποιήσω συνολικά 12 σύμβολα (7 κουκίδες, 3 παύλες, 2 κενά) οπότε οι μεταθέσεις τους είναι $12!$ αλλά επειδή έχω να επαναλαμβάνονται ίδια σύμβολα θα διαιρέσω κατάλληλα με τις μεταθέσεις κάθε πλήθους ίδιων συμβόλων έτσι τελικά έχω $\frac{12!}{7!3!2!} = 7920$ διαφορετικές λέξεις.

Για το δεύτερο μέρος της άσκησης αφού δεν θέλω το μήνυμα να αρχίζει ή να τελειώνει με κενό μου είναι πιο εύκολο να υπολογίσω πόσες λέξεις μπορούν να ξεκινούν ή να τελειώνουν με κενό και κατόπιν να τις αφαιρέσω από το αρχικό πλήθος. Σκέφτομαι το εξής είτε είναι στην αρχή είτε στο τέλος η μία θέση είναι κατελλημένη με κενό οπότε απομένουν άλλες 11 θέσεις με τα εξής σύμβολα (7 κουκίδες, 3 παύλες και 1 κενό) οπότε το πλήθος αυτών των μηνυμάτων είναι $2 \frac{11!}{7!3!}$ διαφορετές λέξεις. Πολλαπλασιάσαμε με 2 γιατί όπως είπαμε και πριν μετρήσαμε τόσο η λέξη να ξεκινάει με κενό όπως και να τελιώνει με αυτό (σαν αριθμός λέξεων είναι ο ίδιος). Όμως αν αφαιρέσω το αποτέλεσμα που βρήκα από το αποτέλεσμα του α) ερωτήματος, θα έχουν αφαιρεθεί 2 φορές λέξεις που ξεκινούν και τελειώνουν με κενό, άρα θα υπολογίσω το πλήθος αυτών των λέξεων (λέξεις που ξεκινούν και τελειώνουν με κενό έχουν δηλαδή κατελλημένες τις δυο πρώτες θέσεις με κενό και έχω ακόμα 10 σύμβολα να τοποθετήσω : 7 κουκίδες και 3 παύλες) = $\frac{10!}{7!3!}$ Άρα τελικά το πλήθος των λέξεων με την προϋπόθεση να μην αρχίζουν ή τελειώνουν με κενό είναι : $\frac{12!}{7!3!2!} - 2 \frac{11!}{7!3!} + \frac{10!}{7!3!} = 5400$ διαφορετικές λέξεις.