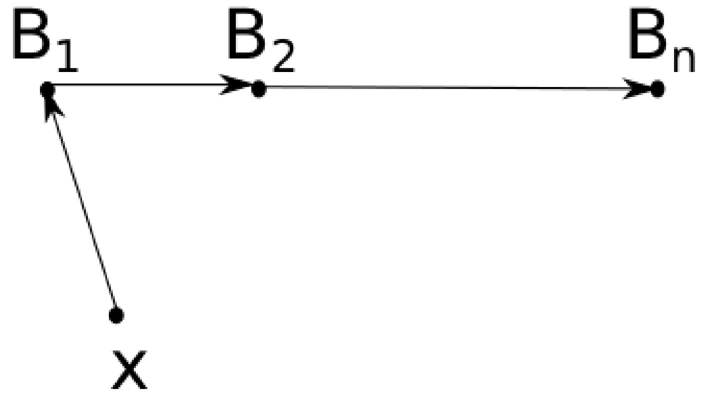
Θα το δείξω με την μέθοδο της επαγωγής. [Για συντομία θα συμβολίζω με XY τον μονόδρομο που ξεκινά από την πόλη X και καταλήγει στην πόλη Y]

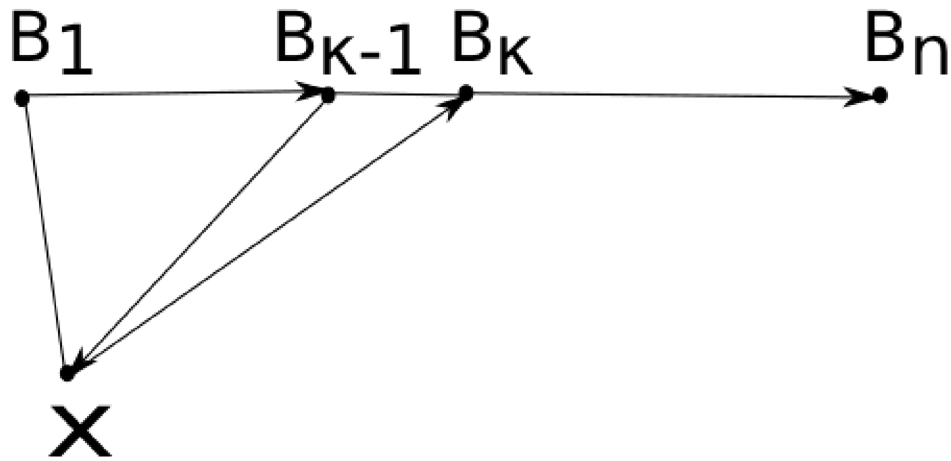
Για την πρώτη περίπτωση δηλαδή για $n = 2$ πόλεις ισχύει διότι έχω έναν μοναδικό δρόμο και ξεκινώντας από την πόλη από την οποία ξεκινάει ο δρόμος καταλήγω στην άλλη (προφανές) .

Θα δείξω τώρα ότι αν το ζητούμενο ισχύει για n πόλεις τότε ισχύει και για $n+1$ πόλεις. Υπόθεση: Αν έχω n πόλεις τις $A_1, A_2, ..., A_n$ μια αναδιάταξη τους (δηλαδή οι πόλεις αυτές σε μια άλλη σειρά πχ $A_2A_n...A_1$) θα μου δείχνει ένα μονοπάτι από το οποίο αν περάσω θα έχω επισκεφτεί όλες τις πόλεις ακριβώς μια φορά σεβόμενη τους μονόδρομους. Για ευκολία έστω $B_1B_2...B_n$ η αναδιάταξη αυτή.
Επαγωγικό βήμα: Έστω ότι έχω ακόμα μια πόλη X που συνδέεται με κάθεμια από τις $B_1, B_2, ..., B_n$ με κάποιον τρόπο. Θα δείξω ότι ανεξάρτητα από το ποιος είναι ο τρόπος αυτός, θα υπάρχει ένα τουλάχιστον μονοπάτι που θα μπορεί να ακολουθήσει κανείς έτσι ώστε να επισκεφτεί και τις $n + 1$ πόλεις ακριβώς μια φορά.
Απόδειξη: Για κάθε πόλη $B_i (1 \leq i \leq n)$ ο δρόμος που την συνδέει με την X θα είναι ο
περίπτωση 1 : XB_i
περίπτωση 2 : B_iX.

$i = 1$ (πρώτη πόλη) Εξετάζω την περίπτωση 1. Μπορώ να περάσω από την πόλη X στην B_1 και από υπόθεση από την B_1 στην B_n περνώντας από όλες τις άλλες πόλεις.
ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Έχω βρει τρόπο να περάσω από την X στην B_1 αν ο δρόμος που τις συνδέει είναι ο XB_1. Άρα σε αυτήν την περίπτωση δεν με ενδιαφέρει τι κατεύθυνσης είναι οι δρόμοι που συνδέουν τις υπόλοιπες πόλεις με την X. Για να τελειώσω την απόδειξη για $i = 1$ αρκεί να βρω μονοπάτι και για την 2η περίπτωση. Ξεχνάω λοιπόν την 1η περίπτωση για $i = 1$ και εξετάζω τις δύο περιπτώσεις για $i = 2$ δεχόμενη ότι ο 1ος δρόμος είναι της μορφηςB_1X (α) (ότι δηλαδή ισχύει η περίπτωση 2 για την πρώτη πόλη) .



$i=2$ Εξετάζω την περίπτωση 1. Ο δρόμος που συνδέει τις B_2 και X είναι ο XB_2 (β). Το ζητούμενο μονοπάτι είναι το $B_1 \to X$ (από α), $X \to B_2$ (από β), $B_2 \to B_n$ (προκύπτει από την υπόθεση).
Σε αυτό το σημείο, δέχομαι ότι ισχύει η περίπτωση 2 και για την πόλη $i=2$ εφόσον στην περίπτωση 1 βρήκαμε μονοπάτι.
Όμοια μπορώ να δείξω ότι κάθε φορά που ο δρόμος οδηγεί από την πόλη X στην B_k (περίπτωση 1 για κ τυχαίο) το ζητούμενο μονοπάτι είναι το εξής: $B_1B_2...B_{k-1}$ (από υπόθεση), $B_{k-1}X$ (αυτό έχω δεχτεί αφού έχω αποκλείσει την άλλη περίπτωση), XB_k και $B_kB_{k-1}...B_n$ (από υπόθεση).



Τελικά το πρόβλημα ανάγεται στο εξής: Υπάρχει τρόπος να επισκεφτώ όλες τις πόλεις ακριβώς μία φορά σεβόμενη τους μονόδρομους αν ισχύει η περίπτωση 2 για όλους τους δρόμους που συνδέουν τις $B_1B_2....B_n$ με την X; Ναι, διότι μπορώ να μεταβώ από κάθε πόλη στην X άρα και από την B_n στην X άρα αρκεί να περάσω από την B_1 στην B_n, που ισχύει από υπόθεση.