Για $n=1$ το ζητούμενο γίνεται η ισότητα $1^2 = \frac{1(1+1)(2\cdot 1+1)}{6}$ που ισχύει.

Έστω ότι η πρόταση ισχύει για το n, δηλαδή ισχύει

$$1^2+2^2+3^2+\cdots n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Θα δείξουμε ότι ισχύει και για το $n+1$, θα δείξουμε δηλαδή ότι

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2+(n+1)^2 = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}.$$

Προσθέτουμε το $(n+1)^2$ και στα δύο μέλη της πρώτης ισότητας και παίρνουμε

$$\begin{aligned}
1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2+(n+1)^2 &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+(n+1)^2 && (1)\\
&= (n+1)(\frac{n(2n+1)}{6}+(n+1) && (2)\\
&= (n+1)\frac{2n^2+n+6n+6}{6} && (3)\\
&= (n+1)\frac{(n+2)(2n+3)}{6} && (4)
\end{aligned}$$

που είναι το ζητούμενο.