

1. Υπολογίστε τα παρακάτω ολοκληρώματα. Η καμπύλη ολοκλήρωσης είναι οποιαδήποτε ενώνει τα δύο σημεία που αναφέρονται.

$$(a) \int_i^{i/2} e^{\pi z} dz, \quad (b) \int_0^{\pi+2i} \cos \frac{z}{2} dz, \quad (c) \int_1^3 (z-2)^3 dz.$$

2. Ας είναι C μια απλή κλειστή καμπύλη που δεν περνάει από το z_0 . Αν $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ δείξτε ότι

$$\oint_C (z - z_0)^{n-1} dz = 0.$$

Τι ισχύει αν $n = 0$;

3. Ας είναι C ο κύκλος με κέντρο το 0 και ακτίνα $1/2$, με τη θετική φορά. Υπολογίστε το

$$\oint_C \frac{dz}{z(z-1)}.$$

Υπόδειξη: $\frac{1}{z(z-1)} = \frac{1}{z-1} - \frac{1}{z}.$