

Όλες οι καμπύλες είναι θετικά προσανατολισμένες εκτός αν προσδιορίζεται διαφορετικά.

1. Βρείτε όλα τα αναπτύγματα Laurent (σε όλους τους δακτυλίους που ορίζονται από τις ανωμαλίες τη συνάρτησης) γύρω από το σημείο z_0 που δίδεται.

$$(a) f(z) = \frac{1}{1-z}, z_0 = 0, \quad (b) f(z) = \frac{1}{1-z}, z_0 = 2, \quad (c) f(z) = e^{1/z}, z_0 = 0, \quad (d) f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-3)}, z_0 = 1.$$

2. Υποθέστε ότι έχετε το ανάπτυγμα Laurent

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n z^n, \quad (r < |z| < R).$$

Βρείτε το ανάπτυγμα Laurent της συνάρτησης

$$g(z) = (az^2 + bz + c)f(z).$$