

1. Αποδείξτε ότι η σειρά

$$\sum_{n=0}^{\infty} z^n,$$

συγκλίνει στη συνάρτηση $f(z) = \frac{1}{1-z}$ για κάθε z με $|z| < 1$ και δε συγκλίνει για κανένα άλλο $z \in \mathbb{C}$.

Αποδείξτε επίσης ότι η σύγκλιση είναι ομοιόμορφη σε κάθε χωρίο $D = \{|z| \leq r\}$ με $r < 1$.

Αποδείξτε ότι η σύγκλιση δεν είναι ομοιόμορφη στο χωρίο $\{z : |z| < 1\}$.