

Μιγαδική Ανάλυση – Διδάσκων: Μιχάλης Κολουντζάκης

Διαγώνισμα Σεπτεμβρίου (Διάρκεια 1 ώρα με κλειστές σημειώσεις) – 3/9/08

1. Η f είναι ακέραια συνάρτηση και έχει μόνο μία ρίζα στο $a \in \mathbb{C}$ βαθμού 3. Ποιες και τι είδους είναι οι μεμονωμένες ανωμαλίες της συνάρτησης $g(z) = \exp(1/f(z))$.
2. (α) Διατυπώστε το θεώρημα του Rouché για το πλήθος ριζών μιας αναλυτικής συνάρτησης σε ένα χωρίο που φράσσεται από μια καμπύλη Γ .
(β) Πόσες ρίζες έχει η συνάρτηση $e^z/3 - z$ στο χωρίο $|z| < 1$;
3. Βρείτε το σύνολο $\sin^{-1}(3) = \{z \in \mathbb{C} : \sin z = 3\}$.
4. Βρείτε όλα τα αναπτύγματα Laurent της συνάρτησης

$$\frac{1}{(z-i)(z-2)}$$

με κέντρο το $-i$ και πείτε που συγκλίνει το καθένα.

Όλες οι απαντήσεις σας θα πρέπει να είναι πλήρως αιτιολογημένες. Αναιτιολόγητες σωστές απαντήσεις δεν παίρνουν καθόλου πόντους.