

Ενδεχόμενα με πεπερασμένη συνολικά πιθανότητα

$A_1, A_2, A_3, \dots \subseteq \Omega$ άπειρη ακολουθία ενδεχομένων

ΥΠΟΘΕΣΗ $\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) < \infty$

\Rightarrow Με πιθανότητα 1 (σχεδόν σίγουρα) \Leftarrow
μόνο πεπερασμένα από τα A_n ισχύουν

$\limsup_n A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{k=n}^{\infty} A_k$: ισχύουν άπειρα από το A_n

\Rightarrow $P(\limsup_n A_n) = 0$

\Rightarrow
 \Rightarrow

$P(\liminf_n A_n) = 0$ (γιατί $\liminf_n A_n \subseteq \limsup_n A_n$)

$$\limsup_n A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} \left[\bigcup_{k=n}^{\infty} A_k \right] \Rightarrow \limsup_n A_n \subseteq \bigcup_{k=n}^{\infty} A_k \quad \text{για καθένα } n$$

υποσυνεχιστικότητα

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\limsup_n A_n) \leq \mathbb{P}\left(\bigcup_{k=n}^{\infty} A_k\right) \leq \sum_{k=n}^{\infty} \mathbb{P}(A_k) = t_n$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_k) < \infty \Rightarrow t_n \downarrow 0$$

σε υπέρσυνταξη

$t_n = \text{συνολική πιθανότητα}$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\limsup_n A_n) \leq t_n \quad \forall n$$

$$\mathbb{P}(\limsup_j A_j) = P \geq 0$$

$$\Rightarrow P = 0$$

