

Άσκηση 4.21

Αν σε ένα γράφημα υπάρχουν ακριβώς δύο κορυφές με περιττό βαθμό, αυτές πρέπει αναγκαστικά να συνδέονται με κάποιο τμήμα.

Λύση

Αν οι δύο κορυφές ανήκουν σε διαφορετικές συνεκτικές συνιστώσες του γραφήματος τότε

τότε στη συνιστώσα για από αυτές τις κορυφές υπάρχει τώ μια κορυφή με περιττό βαθμό.

Αυτό δεν γίνεται (Άσκηση 4.5: η άθροισμα κορυφών με περιττό βαθμό είναι άρτιο $\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E|$)

Άρα οι δύο κορυφές θα ανήκουν στην ίδια συνεκτική συνιστώσα,

άρα συνδέονται με κάποιο τμήμα.