

2.9

Να επαναπροδιορίσω την απάντηση του παραδείγματος 2,1 με την προϋπόθεση κανένα από τα σύνολα A , B να είναι κενό.

Θα αφαιρέσουμε από το σύνολο των περιπτώσεων τις περιπτώσεις που τα σύνολα παραμένουν κενά. Για να επιλέξουμε 2-ξένα μεταξύ τους υποσύνολα από το $[n]$ 3^n τρόποι.

Οι περιπτώσεις που το A παραμένει κενό: κάθε στοιχείο έχει 2-επιλογές (να παραμείνει στο $[n]$ ή να μπει στο B). Άρα το A μπορεί να παραμείνει κενό με 2^n τρόπους.

Ακριβώς το ίδιο συμβαίνει και για το B . Με 2^n τρόπους παραμένει κενό.

Όμως έχουμε μετρήσει 2 φορές τις περιπτώσεις που το B παραμένει κενό και όλα τα στοιχεία παραμένουν στο $[n]$ (δηλαδή και το A παραμένει κενό), και το ίδιο ισχύει όταν επιλέγουμε να παραμείνει κενό το A . Αυτές οι περιπτώσεις είναι 2 συνολικά. Άρα οι συνολικές περιπτώσεις των κενών συνόλων:

$$2^n + 2^n - 1.$$

Πρέπει να τις αφαιρέσουμε από τις συνολικές για να εξασφαλίσουμε ότι τα A , B θα είναι μη-κενά.

$$\text{Άρα απάντηση: } 3^n - (2^n + 2^n - 1) = 3^n - 2^n - 2^n + 1 = 3^n - 2^{n+1} + 1$$