

Γνωρίζουμε ότι  $n$  περιττός αριθμός, και θέλουμε να αποδείξουμε την δοσμένη ισότητα,

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots + \binom{n}{n-1} = \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \dots + \binom{n}{n}$$

Μπορούμε να λύσουμε πολύ εύκολα το συγκεκριμένο πρόβλημα χρησιμοποιώντας την γνωστή μας ισότητα:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Δηλαδή,

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n}, \binom{n}{2} = \binom{n}{n-2}, \binom{n}{4} = \binom{n}{n-4}, \dots, \binom{n}{n-3} = \binom{n}{3}, \binom{n}{n-1} = \binom{n}{1}$$

Και επειδή  $n$  περιττός βλέπουμε ότι δημιουργείται η ζητούμενη αν προσθέσουμε κατά μέλη τις παραπάνω ισότητες.

Εναλλακτικά, γνωρίζουμε ότι το πλήθος των υποσυνόλων του  $[n]$  με πλήθος  $k$  στοιχεία βρίσκεται σε ένα προς ένα αντιστοιχία, και είναι ίσο, με το πλήθος των υποσυνόλων του με πλήθος  $n - k$  στοιχεία. Με βάση αυτή την σκέψη, το πλήθος των υποσυνόλων του  $[n]$  με άρτιο πλήθος στοιχείων θα ισούται με το πλήθος των υποσυνόλων του  $[n]$  με περιττό πλήθος στοιχείων. Αυτή η ισότητα ακριβώς περιγράφεται στην υπόθεση του προβλήματός μας, καθώς στο πρώτο μέλος του αθροίσματος εμφανίζεται το πλήθος των υποσυνόλων του  $[n]$  με άρτιο πλήθος στοιχείων και στο δεύτερο μέλος το πλήθος των υποσυνόλων του  $[n]$  με περιττό πλήθος στοιχείων αφού γνωρίζουμε εξ' υποθέσεως ότι  $n$  περιττός.