Για $n=1$ έχουμε 2 χωρία, το εσωτερικό του κύκλου και το εξωτερικό. Χρωματίζουμε το εσωτερικό κόκκινο και το εξωτερικό μπλέ και προκύπτει το ζητούμενο.
Έστω ότι η πρόταση ισχύει για n, δηλαδή αν έχουμε n κύκλους στο επίπεδο μπορούμε να χρωματίσουμε τα χωρία που ορίζουν κόκκινα ή μπλέ, ώστε χωρία που έχουν κοινό σύνορο να έχουν διαφορετικό χρώμα.
Θα δείξουμε ότι η πρόταση ισχύει και για $n+1$.
Έστω λοιπόν ότι έχουμε $n+1$ κύκλους στο επίπεδο. Επιλέγουμε κάποιον (τον οποίο στη συνέχεια θα ονομάζουμε C) και προσωρινά τον ξεχνάμε. Μας έχουν μείνει n κύκλοι χωρίς τον C και από την επαγωγική υπόθεση χρωματίζουμε τα χωρία που ορίζουν με τον ζητούμενο τρόπο.
Αφού ξαναπροσθέσουμε τον C, τροποποιούμε τον χρωματισμό ως εξής:
α) Στα χωρία που βρίσκονται έξω από τον C αφήνουμε το χρώμα που έχουν.
β) Στα χωρία που βρίσκονται εντός του C αλλάζουμε τα χρώματα. (Χρωματίζουμε τα κόκκινα χωρία μπλέ και τα μπλέ χωρία κόκκινα)

Θα δείξουμε ότι ο χρωματισμός που παίρνουμε έχει την ζητούμενη ιδιότητα.
Θεωρούμε ένα οποιοδήποτε τόξο κύκλου του σχήματος που αποτελεί κοινό σύνορο δύο χωρίων.
Αν το τόξο
α) βρίσκεται εκτός του C, τα χωρία που βρίσκονται στις δύο πλευρές του είχαν διαφορετικό χρώμα και μετά την εισαγωγή του κύκλου C τα χρώματά τους δεν άλλαξαν.
β) βρίσκεται εντός του C, τα χωρία που βρίσκονταν στις δύο πλευρές του είχαν διαφορετικό χρώμα και παρά την εναλλαγή χρωμάτων θα έχουν διαφορετικό χρώμα και μετά την τροποποίηση.
γ) ανήκει στον C, τα χωρία που βρίσκονται στις δύο πλευρές του προηγουμένως αποτελούσαν ένα χωρίο και έτσι το χρώμα τους ήταν ίδιο. Μετά την αλλαγή του χρωματισμού το ένα χωρίο διατηρεί το ίδιο χρώμα και το χρώμα του άλλου χωρίου αλλάζει. Τελικά τα δύο χωρία έχουν διαφορετικό χρώμα.

Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται καλύτερα η αλλαγή των χρωμάτων. (Στο αριστερό σχήμα ο κύκλος C συμβολίζεται με διακεκομμένες γραμμές.)