

7 διαιρεί  $2^{n+2} + 3^{2n+1}$  αυτή θα είναι η P(n) μας.

Για n=0 έχω :

$$P(0) : 7 \text{ διαιρεί } 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7 \text{ ισχύει}$$

Τώρα θέλουμε να δείξουμε ότι  $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ . Έστω ότι ισχύει η P(n) μας και θέλω να δείξω ότι ισχύει η P(n+1).

$P(n) \Rightarrow P(n+1)$  δηλαδή

$$7/2^{n+2} + 3^{2n+1} \Rightarrow 7/2^{n+3} + 3^{2n+3}$$

Αφού  $7/2^{n+2} + 3^{2n+1}$  σημαίνει ότι το  $2^{n+2} + 3^{2n+1}$  θα είναι πολλαπλάσιο του 7 δηλαδή  $2^{n+2} + 3^{2n+1} = 7\kappa$  για κάποιο  $\kappa \in \mathbb{Z}$ . Θα πολλαπλασιάσω με 2 και τα δύο μέλη και έχω :

$$2 * 2^{n+2} + 2 * 3^{2n+1} = 2 * 7\kappa$$

$$2^{n+3} + 2 * 3^{2n+1} = 2 * 7\kappa$$

$$2^{n+3} + (9 - 7)3^{2n+1} = 2 * 7\kappa$$

$$2^{n+3} + 3^2 * 3^{2n+1} - 7 * 3^{2n+1} = 2 * 7\kappa$$

$$2^{n+3} + 3^{2n+3} = 2 * 7\kappa + 7 * 3^{2n+1}$$

$$2^{n+3} + 3^{2n+3} = 7(2\kappa + 3^{2n+1})$$

Δηλαδή το  $2^{n+3} + 3^{2n+3}$  είναι πολλαπλάσιο του 7 οπότε  $7/2^{n+3} + 3^{2n+3}$