

Όλες οι καμπύλες είναι θετικά προσανατολισμένες εκτός αν προσδιορίζεται διαφορετικά.

---

1. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^3 \sin(ax)}{x^4 + 4} dx, \quad (a > 0).$$

2. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα

$$(a) \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 + 4 \sin \theta}, \quad (b) \int_0^{\pi} \sin^{2n} \theta d\theta, \quad (n \geq 1).$$

3. Χρησιμοποιώντας άθροιση κατά μέρη, όπως κάναμε στο μάθημα, δείξτε την ανισότητα του Abel: Αν  $m \leq \sum_{j=1}^k a_j \leq M$ , για  $k = 1, 2, \dots, n$ , και  $b_1 \geq b_2 \geq \dots \geq b_n > 0$  τότε

$$b_1 m \leq \sum_{j=1}^n a_j b_j \leq b_1 M.$$