

Μιγαδική Ανάλυση – Διδάσκων: Μιχάλης Κολουντζάκης

Τρίτο Διαγώνισμα (Διάρκεια 1 ώρα με κλειστές σημειώσεις) – 23/1/08

1. Προσδιορίστε τις ανωμαλίες και τα υπόλοιπα των συναρτήσεων (α) $z^2 e^{5/z}$, (β) $(z^2 - 5z + 6)^{-1}$.
2. Βρείτε τον αριθμό των ριζών της συνάρτησης

$$z^6 + 9z^4 + z^3 + 2z + 4$$

στο μοναδιαίο δίσκο $\{|z| \leq 1\}$.

3. Δείξτε ότι, για $a > 0$, ισχύει

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(ax)}{1+x^2} dx = \pi e^{-a}.$$

4. Βρείτε όλα τα αναπτύγματα Laurent της συνάρτησης

$$\frac{1}{(z-1)(z-2)}$$

με κέντρο το 1 και πείτε που συγκλίνει το καθένα.

Όλες οι απαντήσεις σας θα πρέπει να είναι πλήρως αιτιολογημένες. Αναιτιολόγητες σωστές απαντήσεις δεν παίρνουν καθόλου πόντους.