

Μιγαδική Ανάλυση – Διδάσκων: Μιχάλης Κολουτζάκης

Πρώτο Διαγώνισμα (Διάρκεια 1 ώρα με κλειστές σημειώσεις)

1. Περιγράψτε, κάνοντας και ένα σχήμα σε κάθε περίπτωση, τα παρακάτω υποσύνολα του  $\mathbb{C}$ :

(α)  $z \in \mathbb{C}$  τέτοια ώστε  $(|z + 1| - |z - 1|)(|z + i| - |z - i|) > 0$ ,

(β)  $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$  τέτοια ώστε  $\text{Arg}(z^2) \in (0, \pi/2)$ .

2. Αν  $z = x + iy$  να εκφράσετε την ποσότητα  $|\cos z|^2$  σα συνάρτηση των  $x$  και  $y$  με όσο πιο απλό τύπο μπορείτε.

3. Δείξτε ότι για κάθε  $z \in \mathbb{C}$  ισχύει  $\cos^2 z + \sin^2 z = 1$ , χρησιμοποιώντας τον ορισμό των  $\cos z, \sin z$  μέσω της εκθετικής συνάρτησης.

4. Αν  $C$  είναι ένας κύκλος που περιέχει το 0 στο εσωτερικό του και είναι προσανατολισμένος στη θετική φορά υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\int_C \frac{e^z}{z^3} dz.$$

Όλες οι απαντήσεις σας θα πρέπει να είναι πλήρως αιτιολογημένες. Αναιτιολόγητες σωστές απαντήσεις δεν παίρνουν καθόλου πόντους.